

1. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 6^x - 2 \cdot 3^y = 2, \\ 6^x \cdot 3^y = 12. \end{cases}$$

2. В трапеции PQRS длина основания QR равна IO, длина диагонали QS равна I9, а величина угла QSP равна 80°. Выяснить, что больше: длина основания QR или длина стороны RS.

3. Решить уравнение

$$4 - \cos[2\pi(13x+9)^2] = 5 \cdot \sin[\pi(13x+9)^2]$$

4. Решить неравенство

$$\frac{2 \log_{1-3/x} (42x^2 - 14/x + 1)}{\log_{1-3/x} (x - \frac{5}{6})} \leq 1$$

5. Найти все тройки чисел x, y, z, удовлетворяющие уравнению

$$\sqrt{\frac{3}{2}x^2 - 2y^2 + 2z^2 + 10z + 6y + \frac{\sqrt{3}}{2}x - 17} + \sqrt{3x^2 - 2\sqrt{3}(\cos\pi y + \cos\pi z)x + 4} = 0.$$

6. Все рёбра тетраэдра ABCD имеют равную длину. На ребрах AB, AC и AD выбраны, соответственно, точки K, L, M так, что длина отрезка KB равна I5, а длина отрезка MD равна IO. Известно, что радиус шара, вписанного в тетраэдр ABCD, равен $\frac{5\sqrt{6}}{2}$, а объём пирамиды AKLM равен $375\sqrt{2}$. Найти сумму радиусов двух шаров: вписанного в пирамиду AKLM и описанного около неё.

1. Найти все действительные решения уравнения

$$(x-1)\sqrt{x^2-x-6} = 6x-6.$$

2. В равнобедренном треугольнике ABC длина основания AC равна $2\sqrt{7}$, длина боковой стороны равна 8. Точка K делит высоту BD треугольника в отношении 2:3, считая от точки B. Что больше, длина CK или длина AC?

3. Решить неравенство

$$\log_2(x^2 - 4x - 5) \leq 4.$$

4. Найти все пары действительных чисел x и y, удовлетворяющие системе уравнений

$$\begin{cases} 3 \cos 4x + \sin 3y = 4, \\ 2x + 3y = \frac{2\pi}{2}. \end{cases}$$

5. По расписанию автобус должен проходить путь AD, состоящий из отрезков AB, BC, CD длиной 4 км, 6 км, 2 км соответственно, за 36 мин. При этом, выезжая из пункта A в 12 час, он проходит пункт B в 12 час 06 мин, пункт C - в 12 $\frac{42}{60}$ часа. С какой постоянной скоростью V должен двигаться автобус, чтобы сумма абсолютных величин отклонений от расписания при прохождении пунктов B и D, сложенная со временем, за которое автобус пройдёт (со скоростью V) путь AB, превосходила абсолютную величину отклонения от расписания при прохождении пункта C не более, чем на $\frac{7}{60}$ часа.

6. В основании пирамиды SABC лежит равнобедренный треугольник ABC, длины сторон AB и AC равны, рёбра SA перпендикулярно ребрам AB и BC, тангенс угла наклона SC к плоскости ABC равен $\frac{3}{4}$, угол BSC вдвое меньше угла BAC. Среди всех прямых круговых цилиндров с образующей, параллельной BC, находящихся внутри пирамиды, наибольшую площадь боковой поверхности имеет цилиндр, высота которого равна $\sqrt{39}$. Найти площадь полной поверхности пирамиды.